**Tentamen i MSG110 Sannolikhetsteori, 7.5 högskolepoäng, Göteborgs universitet. Tid: Tisdagen den 25 Oktober 2016, kl. 8.30-12.30. Examinator och Jour: Olle Nerman, rum L 3056, MV, Chalmers. Telefon 7723565 Hjälpmedel: Miniräknare, egen formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medföljande tabeller. Betygsgränser: För betyget G fordras 12 poäng, för betyget VG 20 poäng.**

1. En stokastisk variabel **U** är likformigt fördelad på intervallet **[0,1]**.
2. Vilken fördelningsfunktion har den stokastiska variabeln **Y=-ln U** (2p)
3. Vilken sannolikhetstäthet har **Y** definierad som i a-delen. (1p)
4. Tre flickor och tre pojkar skall delas helt slumpmässigt in två grupper med tre i varje grupp.
   1. Vad är sannolikheten att det bara blir flickor i någon av grupperna och bara pojkar i den andra. (2p)
   2. Vad är sannolikheten att det blir någon grupp med två flickor och en pojke och den andra gruppen har två pojkar och en flicka? (1p)
5. Sannolikheten för att en patient, som kommer till en viss akut läkarmottagning i centrala Storköping en typisk måndagsmorgon mellan **8.00** och **11.00,**  har huvudvärks-symptom är ungefär **15%.** Sannolikheten för att en patient ur denna grupp blir sjukskriven är ungefär **50%.** Andelen patienter bland alla patienter på måndagsmorgnarna mellan **8.00** och **11.00** som blir sjukskrivna är ungefär **27%.** Vad är (ungefär) betingade sannolikheten att en patient som väljs slumpmässigt bland alla patienter som har besökt på kliniken under en Måndagsmorgon mellan **8.00** och **11.00** och som visar sig ha blivit sjukskriven, inte sökt för huvudvärkssymptom (3p)
6. Hur många observationer **n** behöver man ha i ett stickprov av oberoende Bernoulli-variabler med sannolikhetsparameter**=p**, för att ett tvåsidigt begränsat approximativt konfidensintervall med konfidensgrad **99%** helt säkert skall vara kortare än **0,05**. Ledning: tänk på hur Bernoulli-variabler hänger ihop med binomialvariabler. (3p)
7. Det finns många begrepp i samband med hypotestest. Redogör för vad som menas med:
8. Nollhypotes. (1p)
9. Signifikansnivå. (1p)
10. p-värde. (1p)
11. I en Poissonprocess med okänd intensitet **c** pulser/tidsenhet observeras antalet ”pulser” **X** i ett tidsintervall av längden **200**.
12. Visa att är **ĉ =X/200** ären teoretisk maximum likelihood-skattning av intensitetsparametern **c**. (2p)
13. Är **ĉ** en väntevärdesriktig (unbiassed) punktskattning av **c**? (Motivera svaret!) (1p)
14. Ange en observerad ml-skattning **ĉ**  och en lämplig observerad punktskattning av standardfelet för **ĉ** om du observerat **x= 238** pulser i intervallet. (2p)
15. Beräkna ett approximativt observerat tvåsidigt konfidensintervall för **c** med konfidensgrad **99%**. (1p)
16. I en linjär regressionsmodell av oberoende normalfördelade stokastiska variabler (**Y**) med avseende på inställningsvariabeln (**x**) antas väntevärdena på **Y**-variablerna följa det linjära sambandet **α+βx**. Varianserna för samtliga **Y**-variablerna antas vara **1**.
17. Beräkna maximum likelihoodskattingen av intercept-parametern **α** om du har tre **y**-observationer **1.5, 2.8, 4.1**, vid **x**-inställningarna **-1, 2** respektive **5 .** (2p)
18. Genomför ett test av nollhypotesen **H0**: **α=1** mot alternativhypotesen **H1: α>0** med signifikansnivån **5%.** Vad blir din slutsats? (2p)
19. Du har blivit spelberoende! Varje vecka under år 2017 (antag att det finns **52** veckor) tänker du delta i ett visst lotteri med sammalagt **100** lotter där lotterna kostar **10** SEK styck. Lotteriet har tre vinster per spelomgång, en på **150** SEK, en vinst på **300** SEK och en vinst på **500** SEK. Du köper **10** lotter i varje spelomgång.
20. Sannolikhetsfunktionen för din nettovinst (negativ om du går med förlust) i en spelomgång. (2p)
21. Väntevärdet och variansen för nettovinsten i en spelomgång. (1p)
22. Sannolikheten för att du står på plus efter att ha deltagit i alla **52** spelomgångarna (approximativt med lämplig approximation) (2p)